

YJK 弹性时程分析模块时程能量不平衡浅析

梅雨辰

引言

本文基于 YJK 6.0 版本探讨弹性时程分析模块经常出现的一个提示——时程能量不平衡，分析其产生的一些原因及常见解决方法。

一 问题描述和产生背景

很多设计师在用 YJK 弹性时程分析模块进行时程分析时，在计算完毕后，时常会跳出以下的警告提示。

警告：时程计算以下工况在最终时刻能量不平衡（相对偏差超过5%），请检查模型参数设置情况，特别是非线性单元参数、分析步长等。
相对偏差=(外力做功-动能-阻尼耗能-应变能-非线性单元耗能)/外力做功*100%
SHM1-4 上海人工波1, IV类场地, Tg(1.05) [0.0]+[COMB1]+[DT]

软件默认通过时程最终的能量平衡关系来间接判断时程分析是否收敛，当能量的相对误差在 5% 以上时，出现以上警告提示。当看到此警告提示时，设计师应充分重视，分析其产生的原因，调整模型或者相关参数，**确保能量平衡相对偏差在允许的范围**内，从而得到合理可靠的计算结果。

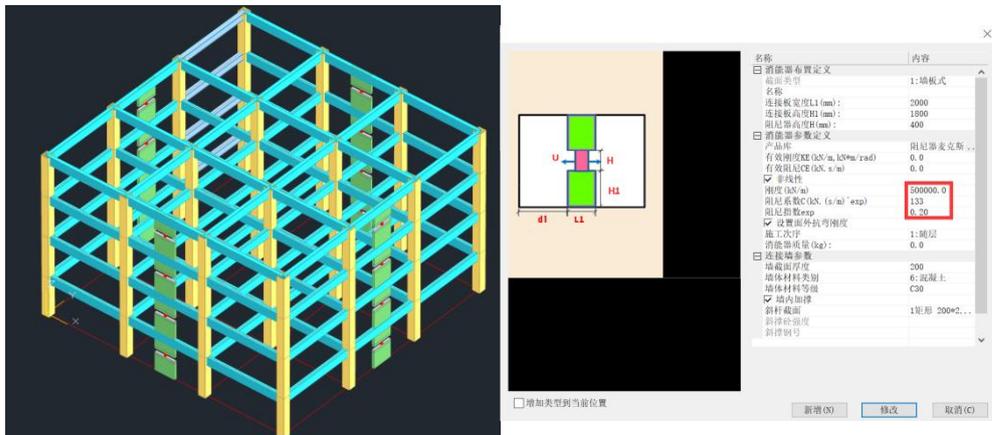
下面来分析能量误差超过允许值可能的几个原因。

二 原因 1——非线性连接单元迭代不收敛

这是出现频率最高的原因，一般设计师遇到这个警告，大都是因为布置了阻尼器或隔震支座，此时选振型叠加法时，软件用 FNA 法对荷载进行迭代计算，选直接积分法时，软件采用隐式逐步积分法，也需要对非线性参数进行迭代求解。当参数导致迭代难以收敛时，最终能量一般会发散或者不平衡，从而出现上述提示。

这种情况下，一般可通过减小计算时间步长和增大迭代次数来使迭代收敛，相比较增大迭代次数，最有效和方便的措施还是减小计算步长计算，下面举一个典型的连接单元非线性参数迭代不收敛导致的能量不平衡的例子。

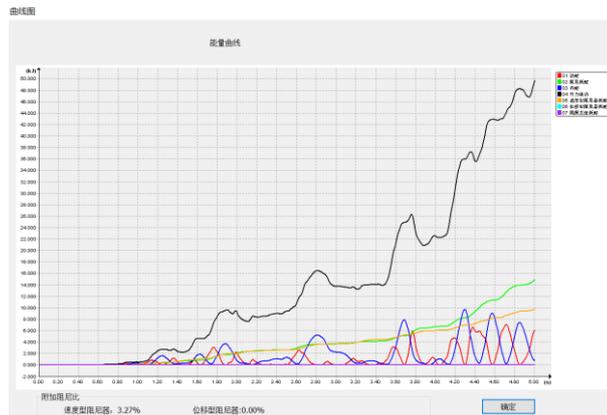
本例模型为布置粘滞阻尼器的框架结构，示意图和墙式阻尼器成组布置参数如下



采用直接积分法，工况信息中的时间步长取默认的 0.01s

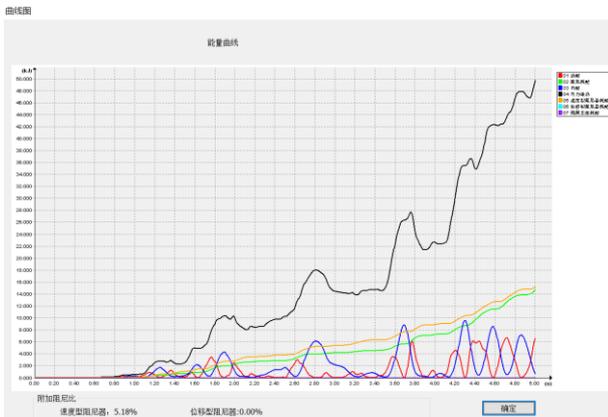


计算结果出现了能量不收敛的警告提示，查看能量曲线，明显的总功比其他能量之和要大不少，比如总功=50KJ，阻尼耗能+阻尼器耗能+动能+内能=15+10+6+1=32KJ，相对偏差 $= (50-32)/50=36\% \gg 5\%$ 。

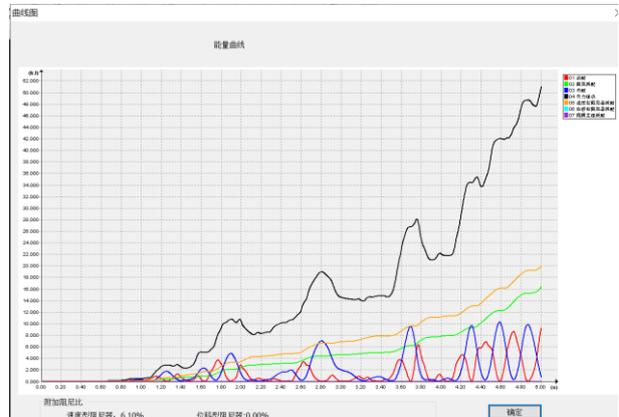


时间步长 0.01s 的能量图（相对偏差 36%）

继续缩小时间步长为 0.005s 和 0.002s，仍然有能量不平衡的提示，但是从能量图上看，不平衡能量的偏差在显著减小。



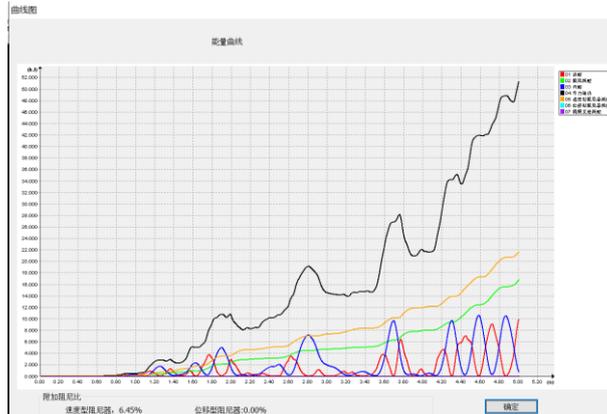
时间步长 0.005s 的能量图（相对偏差 24%）



时间步长 0.002s 的能量图（相对偏差 9.8%）

当时间步长继续减小至 0.001s 时，不出现任何警告提示，其能量曲线上看最终的能量是基本平衡的，偏差 $= (51-21-17-10-1) / 51=3.9\% < 5\%$ ，满足软件的设定误差条件，达到工程上常见的收敛精度。

比较时间步长 0.01s 和 0.001s 的结果，其能量及占比差距非常大，导致附加阻尼比相差了近 1 倍，可以说时间步长 0.01s 是不收敛下的错误的结果，因而设计师对能量偏差的警告提示应该相当重视，来判断计算结果是否可靠及可用。

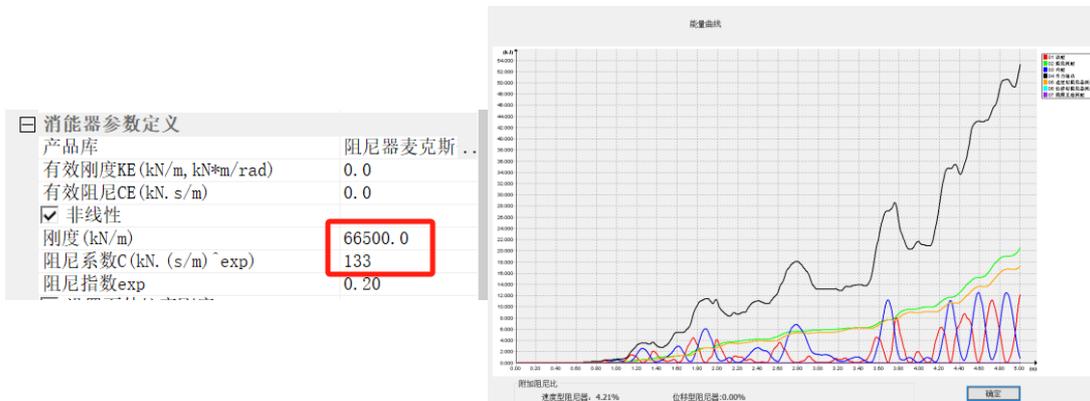


时间步长 0.001s 的能量图（相对偏差 3.9%）

作为典型例子，该模型属于较难收敛的模型，需要 0.001s 的时间计算步长下才能收敛，其本质原因在于其非线性参数上，粘滞阻尼器采用的是 MAXWELL 模型时，其阻尼系数 C 与初始刚度 K 的比值对收敛性影响很大， C/K 越小，收敛性越差，达到收敛的计算时间步长越小。一般来说，计算时间步长的数量级和 C/K 是相近的，比如该例粘滞阻尼器， $C/K=2.46 \times 10^{-4}$ ，目前时间步长取 0.001s (10^{-3} s) 能达到收敛，两者差距很多时候在 10 倍以内（实际收敛性还受节点速度大小的影响）。

实际上该例的参数是不符合实际的，一般来说，当以 m 和 KN 为单位时，初始刚度 K 的取值一般是阻尼系数 C 的 200~1000 倍（具体可参考技术周刊“YJK 减隔震设计中的疑难问题解析（一）”），本例达到了 4065 倍，自然造成了收敛的困难。

保持阻尼系数 C 不变，将参数 K 改成其 500 倍， $K=500 \times 133=66500$ 。其收敛性立刻改善很多，在默认步长 0.01s 都可收敛，能量平衡相对偏差在 5% 限值以内，没有警告提示。



时间步长 0.01s 的能量图（相对偏差 3.8%）

从上述例子也可以看出，迭代不收敛造成的能量不平衡的情况很多时候是设计师非线性参数偏离实际，不太合理导致的，所以这种时候，也要特别注意非线性单元参数的检查。

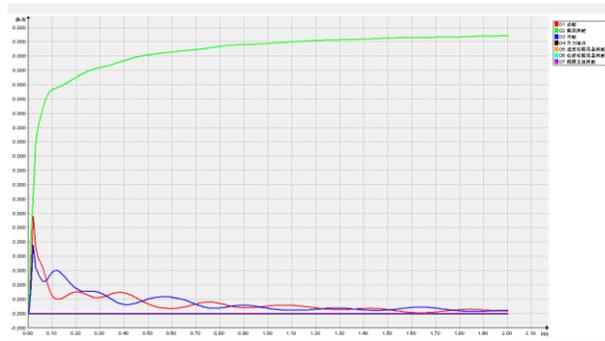
三 原因 2——没有地震作用，仅有重力荷载的情况

目前版本，当荷载组合中如果增加新组合，且主、次、竖三个方向加速度都设置为 0，也就是单纯恒活重力加载时，不计算地震作用时，计算过程中也会出现能量不平衡的警告提示。

序号	恒载系数	活载系数	峰值加速度类型	主方向峰值加速度(cm/s ²)	次方向峰值加速度(cm/s ²)	竖方向峰值加速度(cm/s ²)
1	0.000	0.000	PGA	18.000	0.000	0.000
2	1.000	0.500	PGA	0	0	0.000

注：组合1是用于计算水平地震作用的默认组合。除含有摩擦摆隔震支座或弹性滑板隔震支座的模型之外，该组合不考虑竖向荷载作用，且不能被删除。

增加组合 默认组合 删除组合 确定 取消



从能量图可以看出，动能、内能，阻尼耗能变化趋势正常，总功接近于0，导致算相对偏差时数值很大，远超过5%，从而输出警告提示，这种情况本身计算是没问题的，主要是误差公式主要是对有时程动力加载的情况，这种没有时程荷载导致总功接近0的情况，能量误差公式意义不大，后面版本会考虑在这种情况下过滤这个提示。目前来说，能量曲线其他能量变化趋势正常的情况下，可忽略该警告提示。

四 原因3——HHT 积分参数 α 引起的能量不平衡

能量不平衡也有可能是时程算法本身带来的。目前 YJK 弹性时程分析模块效仿 CSI 软件 SAP2000 和 ETABS 软件，直接积分法采用的是 Hilber-Hughes-Taylor 法（简称 HHT 法），其基于无条件稳定的 Newmark 平均加速度法（ $\beta=0.25, \gamma=0.5$ ）修改得到，通过增加一个参数 α （ $\alpha \in [0, -1/3]$ ），如下图所示。

时程分析

分析方法
 振型叠加法 直接积分法

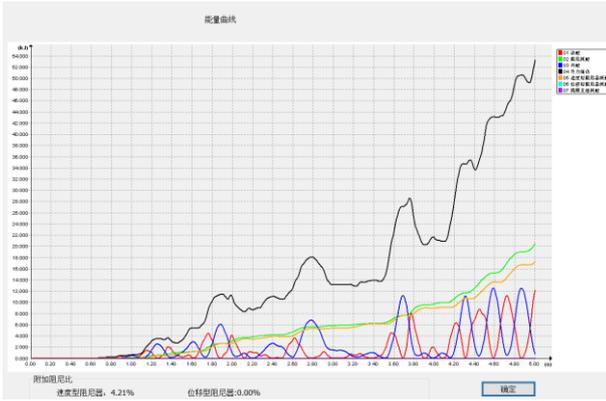
起始时间(s) 0 结束时间(s) 5
 时间步长(s) 0.01 输出间隔步数 10
 输出间隔(s) 0.1 迭代控制参数...

HHT积分参数
 α 0 β 0.25 γ 0.5

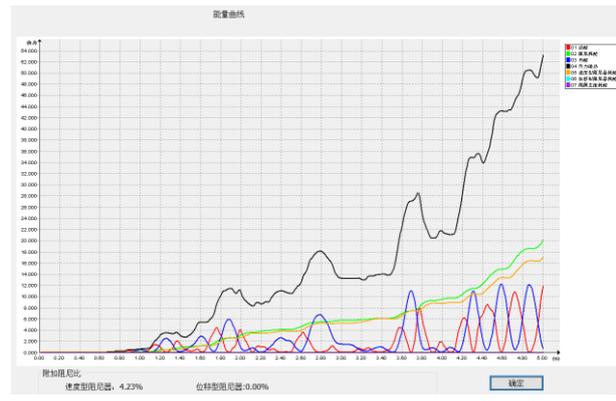
$$M\ddot{u}_t + (1 + \alpha)C\dot{u}_t + (1 + \alpha)Ku_t = (1 + \alpha)F_t - \alpha F_{t-\Delta t} + \alpha C\dot{u}_{t-\Delta t} + \alpha Ku_{t-\Delta t}$$

α 值是一种算法阻尼（又叫数值阻尼），会一定程度上过滤掉结构的高频响应，由于结构的高频响应会给计算收敛性带来一定困难，带有一定 α 值的 HHT 法可以帮助完成收敛性较差的结构的求解，从而提高计算效率。但是， α 值与物理阻尼不同，它使算法本身带有耗散性，会引起一定的能量误差，其耗能作用会随着分析步长 Δt 的减小而减小，随着 α 值的减小而增加，当 $\alpha=-1/3$ 时，该算法会很大程度上过滤掉周期小于 10 倍 Δt 的部分。

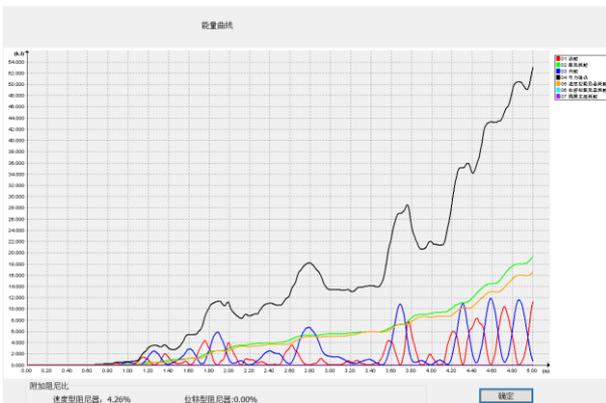
以先前的粘滞阻尼器结构（ $C=133, K=66500, EXP=0.2$ ）为例，计算出 α 取不同值的能量曲线，除了 $\alpha=0$ 外，其余情况都出现了大于 5% 的能量偏差警告提示，如下图所示。



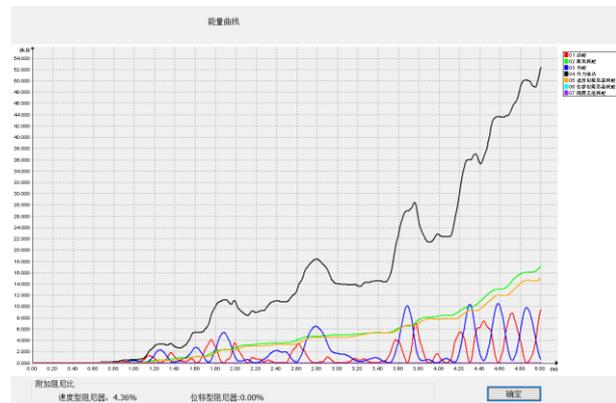
$\alpha = 0$ (相对偏差 3.9%)



$\alpha = -1/24$ (相对偏差 5.6%)



$\alpha = -1/1$ (相对偏差 9.4%)



$\alpha = -1/3$ (相对偏差 19.2%)

从以上的能量曲线可以看出，当 α 取 $-1/3$ ，其能量偏差已经达到接近 20% 了，所以 α 值不能太小，CSI 经验建议 α 值可取 $[-1/24, -1/48]$ ，以保证计算结果误差不过大。

笔者认为，绝大部分项目 α 还是取默认的 0，不做修改，即还是用传统的 Newmark 法求解，既能保证求解精度，又避免了算法本身能量误差对计算结果是否收敛判断的干扰。除非确实很多高阶振型造成了收敛的困难，才需要用 α 来调节。

五 结论

- 1 弹性时程模块能量不平衡提示，频率最高的原因是模型中存在非线性连接单元，迭代不收敛导致的，此时，需要检查参数的合理性，确认无误后，减小时间积分步长，直到不出现警告为止，计算结果才可靠。
- 2 单纯恒活重力加载，加速度值输 0 时出现的能量不平衡警告提示，如果各能量曲线变化正常，可忽略这个警告提示，后续版本会进行优化。
- 3 工况信息中的 HHT 积分参数 α 填非 0 值时，会引入算法阻尼，造成能量不平衡，大部分模型建议 α 取 0，即不在算法中引入能量耗散，不人为产生能量偏差。
- 4 时程分析计算相较于上部结构静力计算原理更复杂，对使用者的经验要求也更高，这就需要用户充分了解专业计算原理和软件的技术条件，以便得到合理可靠的工程计算结果。