

# YJK 钢筋混凝土柱 N-M 曲线常见疑难问题

梅雨辰

## 一 引言

为了直观展现钢筋混凝土柱的受力特性以及计算配筋时承载力与组合内力的关系，YJK 多年前就推出快速输出柱 N-M 曲线的功能，其在结构设计中应用广泛。由于 YJK 主程序配筋设计主要基于中国规范，规范公式和计算假定的特殊性使生成的曲线形态和传统的 N-M 曲线有所差别，令不少设计师感到困惑，本文基于此详细介绍两个 N-M 曲线的常见疑难问题。

## 二 柱 N-M 曲线概念简介及 YJK 的实现

N-M 曲线最初是基于钢筋混凝土单向偏心受压和偏心受拉公式所得到的，然后推广到双偏压，其本质描述的是柱轴向承载力  $N$  和弯曲承载力  $M$  之间的函数关系。以《混凝土结构设计规范 GB50010-2010》单向偏心受压公式为例，如下

$$N \leq \alpha_1 f_c b x + f'_y A'_s - \sigma_s A_s - (\sigma'_{p0} - f'_{py}) A'_p - \sigma_p A_p \quad (6.2.17-1)$$

$$Ne \leq \alpha_1 f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) + f'_y A'_s (h_0 - a'_s) - (\sigma'_{p0} - f'_{py}) A'_p (h_0 - a'_p) \quad (6.2.17-2)$$

$$e = e_i + \frac{h}{2} - a \quad (6.2.17-3)$$

假设大偏心受压  $x \leq \xi_b h_0$ ，即  $\sigma_s = f_y$ ，通过式 6.2.17-1，求得相对受压区高度  $x$ ，代入 6.2.17-2，不考虑预应力筋，可得到轴力和弯矩的如下关系

$$\begin{cases} \varphi(N, M) = M - (N + N_0) \left( h_0 - \frac{N + N_0}{2\alpha_1 f_c b} \right) + f'_y A'_s (h_0 - a'_s) - M_0 = 0 \\ N \leq \alpha_1 f_c \xi_b b h_0 - N_0 \end{cases} \quad (1)$$

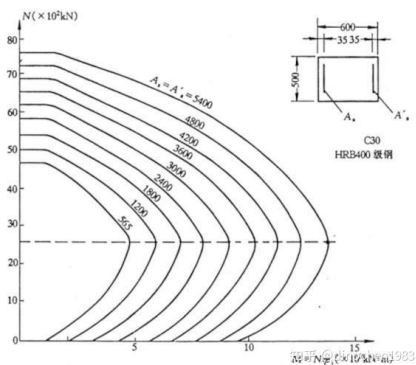
式中  $N_0 = f_y A_s - f'_y A'_s$ ， $M_0 = N(0.5h - a)$

对于钢筋混凝土柱在对称配筋下方程 (1) 可进一步简化为

$$\begin{cases} \varphi(N, M) = M + \frac{N^2}{2\alpha_1 f_c b} - N h_0 + f'_y A'_s (h_0 - a'_s) - M_0 = 0 \\ N \leq \alpha_1 f_c \xi_b b h_0 \end{cases} \quad (2)$$

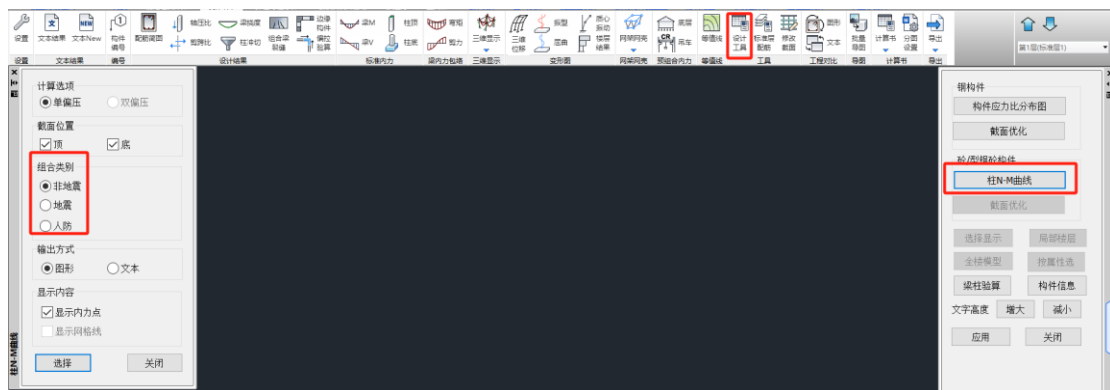
方程 1 或 2 在数学上表示  $N$ - $M$  平面的一段二次抛物线，曲线范围受大偏心条件的控制。同样小偏心受压，大偏心受拉和小偏心受拉也可经过类似推导可表示相应的  $N$ - $M$  平面的曲线，将这些状态绘制在同一平面内，即得到混凝土柱完整的  $N$ - $M$  曲线。

根据方程 2，显然，在对称配筋下，当混凝土材料和截面一定时，随着配筋的不同， $N$ - $M$  曲线是一系列平行的“曲线族”，比如下面的不同配筋值下的偏压混凝土柱曲线



N-M 曲线在工程中最大的用途是可根据此直观判别混凝土柱承载力与柱内力的大小关系，若内力点在 N-M 曲线的内部即表示承载力大于控制内力，构件不发生破坏；反之，若控制点在曲线的外部，说明不满足承载力的要求。

目前 N-M 曲线功能在 YJK 软件的设计结果中设计工具菜单下，如下图所示



可以很方便地输出混凝土柱两个方向的柱承载力 N-M 曲线和相应工况的内力点，N-M 曲线用白色表示，当勾选显示内力点选项时，控制内力点将以黄点表示，可以很清晰地看出承载力和控制内力的相对大小关系。而且可以区分非地震、地震和人防三个工况分别输出，比如下面是柱地震工况和非地震工况的 N-M 曲线，图中非地震和地震的 N-M 曲线差异主要在于抗震调整系数  $\gamma_{RE}$ ，这个后面常见问题 1 中详细分析。

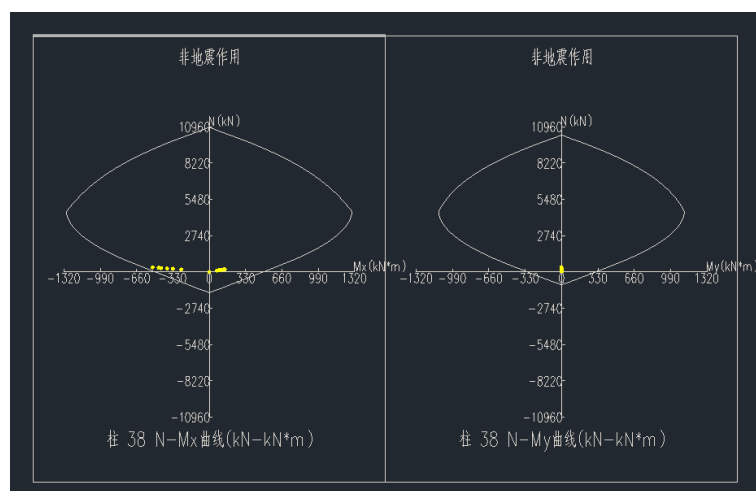


图 1 非地震工况 N-M 曲线

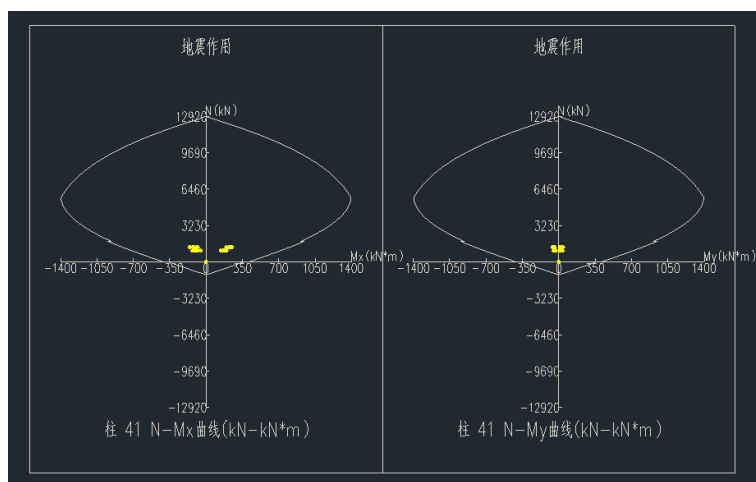


图2 地震工况 N-M 曲线

### 三 常见问题 1——曲线大小偏压交界点的“突变”现象

细心一点的设计师在出地震工况 N-M 曲线时会发现会有像上图 2 一样，在大偏压的范围内出现如下图 3 所示的曲线突变

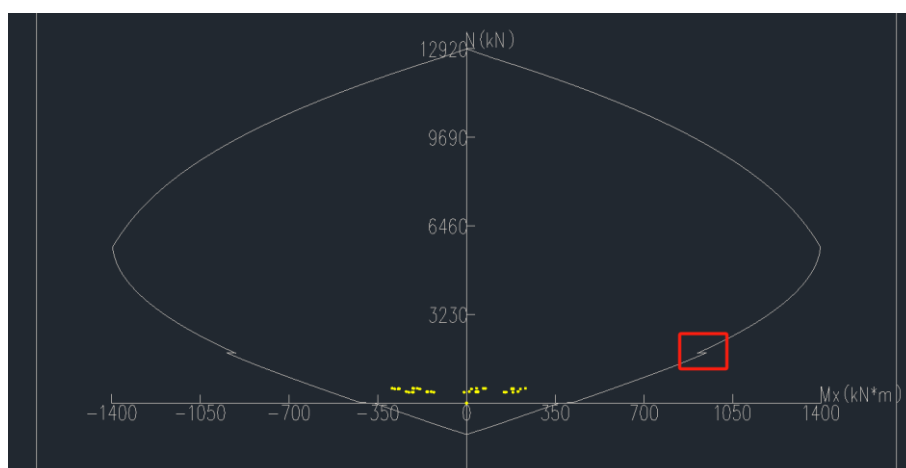


图3 地震工况 N-M 曲线突变

从偏压的 N-M 曲线公式来看，整个偏压过程应是连续曲线，出现这种突变的原因主要是建筑抗震设计规范（GB 50011-2010）的抗震调整系数  $\gamma_{RE}$ （见抗规表 5.4.2）在偏压受力状态时细分了两种状态，分别是轴压比小于 0.15 和不小于 0.15 的情况，其  $\gamma_{RE}$  的取值分别是 0.75 和 0.8，导致 N-M 曲线方程在轴压比=0.15 时出现了分段，轴压比小于 0.15 的下段曲线在该点的弯曲承载力要大于代表轴压比大于 0.15 的上段曲线，从而导致了曲线发生了平台突变，而对于轴压比等于 0.15 点，根据规范精神承载力应该取轴压比大于 0.15 的值，即两者的较小值。

表 5.4.2 承载力抗震调整系数

材料	结构构件	受力状态	$\gamma_{RE}$
钢	柱, 梁, 支撑, 节点板件, 螺栓, 焊缝	强度	0.75
	柱, 支撑	稳定	0.80
砌体	两端均有构造柱、芯柱的抗震墙	受剪	0.9
	其他抗震墙	受剪	1.0
混凝土	梁	受弯	0.75
	轴压比小于 0.15 的柱	偏压	0.75
	轴压比不小于 0.15 的柱	偏压	0.80
	抗震墙	偏压	0.85
	各类构件	受剪、偏拉	0.85

#### 四 常见问题 2——圆形钢筋混凝土柱曲线的“顶部削平”现象

细心的设计师可能会发现对于如下的圆形钢筋混凝土柱，其 N-M 曲线并没有像矩形柱那样连续光滑，而是出现了图 4 所示顶端尖角曲线变成了跨越一二象限的一段平行于 M 轴的直线，俗称“顶部削平”现象，如图 4 红框所示。

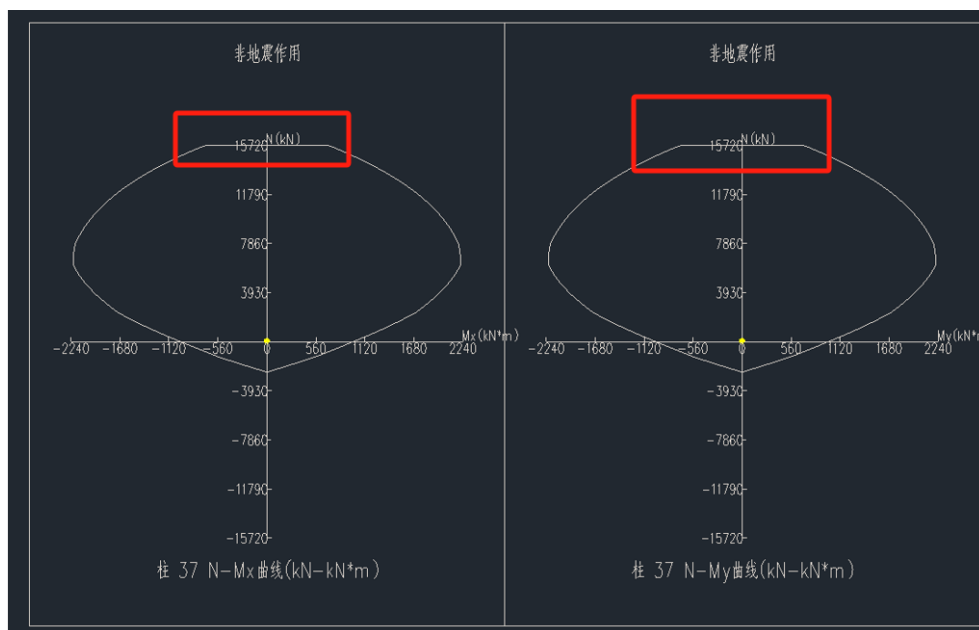
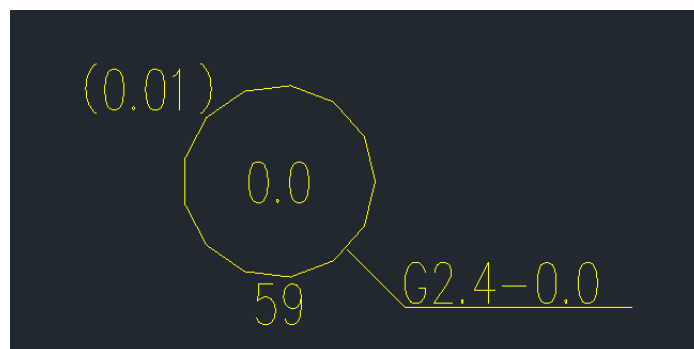


图 4 圆形柱 N-M 曲线“顶部削平”现象

出现上述现象的根本原因是混凝土结构设计规范中轴压公式和偏压公式的不匹配。实际上，圆柱和方柱最大的区别是方柱的 N-M 曲线按照单偏压方程 2 生成，而圆柱的 N-M 方程是根据下面的混凝土规范附录 E 的双偏压圆形公式推导而来的。

**E.0.4** 沿周边均匀配置纵向普通钢筋的圆形截面钢筋混凝土偏心受压构件 (图 E.0.4), 其正截面受压承载力宜符合下列规定:

图 E.0.3 沿周边均匀配筋的环形截面

$$N \leq \alpha \alpha_1 f_c A \left( 1 - \frac{\sin 2\pi\alpha}{2\pi\alpha} \right) + (\alpha - \alpha_1) f_y A_s \quad (\text{E.0.4-1})$$

$$Ne_i \leq \frac{2}{3} \alpha_1 f_c A r \frac{\sin^3 \pi\alpha}{\pi} + f_y A_s r_s \frac{\sin \pi\alpha + \sin \pi\alpha_1}{\pi} \quad (\text{E.0.4-2})$$

$$\alpha_1 = 1.25 - 2\alpha \quad (\text{E.0.4-3})$$

$$e_i = e_0 + e_a \quad (\text{E.0.4-4})$$

式中:  $A$  ——圆形截面面积;

$A_s$  ——全部纵向普通钢筋的截面面积;

$r$  ——圆形截面的半径;

$r_s$  ——纵向普通钢筋重心所在圆周的半径;

$e_0$  ——轴向压力对截面重心的偏心距;

$e_a$  ——附加偏心距, 按本规范第 6.2.5 条确定;

$\alpha$  ——对应于受压区混凝土截面面积的圆心角 (rad) 与  $2\pi$  的比值;

$\alpha_1$  ——纵向受拉普通钢筋截面面积与全部纵向普通钢筋截面面积的比值, 当  $\alpha$  大于 0.625 时, 取  $\alpha_1$  为 0。

该公式是考虑全截面钢筋的。此时当  $M=0$  时为轴心受压情况, 对于轴心受压, 混规 6.2.15 的公式考虑了稳定系数和折减系数的影响, 在偏压的公式极限状态全截面受压 ( $M=0, x=h$ ) 前乘了系数  $0.9\varphi$ , 由于稳定系数  $\varphi \leq 1$ ,  $0.9\varphi \leq 0.9$ , 导致轴压峰值的降低, 由于当  $M$  较小的时候, 柱也接近轴压状态, 细长柱也会有稳定性的问题, 而轴压和偏压的界限目前规范没有明确的结论, 软件偏于安全和保守, 对  $N-M$  曲线进行拉平处理。而矩形柱  $N-M$  曲线没有做这样的处理, 是因为单偏压只能考虑弯矩作用方向顶底的钢筋, 无法同时考虑两侧边的钢筋, 与轴压稳定公式不对应, 因而不需要拉平。

**6.2.15** 钢筋混凝土轴心受压构件, 当配置的箍筋符合本规范第 9.3 节的规定时, 其正截面受压承载力应符合下列规定 (图 6.2.15):

$$N \leq 0.9\varphi(f_c A + f_y' A_s') \quad (6.2.15)$$

式中:  $N$  ——轴向压力设计值;

$\varphi$  ——钢筋混凝土构件的稳定系数, 按表 6.2.15 采用;

$f_c$  ——混凝土轴心抗压强度设计值, 按本规范表 4.1.4-1 采用;

$A$  ——构件截面面积;

$A_s'$  ——全部纵向普通钢筋的截面面积。

这个顶部磨平现象出现的本质原因是混凝土结构设计规范 GB50010-2010 双偏压轴心受压公式和偏心受压公式全截面受压情况公式形式不一致导致的。

以上就是本文的全部内容, 希望本文的分析能加深设计师对  $N-M$  曲线的理解。