

屈曲分析在高层结构稳定性判断中的应用

盈建科 李高仰

结构在自重的作用下存在初始挠曲的构件上或竖向荷载作用下存在侧移的结构上所产生的附加作用效应，属于结构分析设计中的几何非线性问题。结构设计采用刚重比作为判断结构的稳定性和是否考虑重力二阶效应的重要指标。重力二阶效应（P-Δ效应）对结构整体内力和位移产生不利的影响，通常会增加构件内力和增大结构位移，在结构设计中正确计算刚重比是至关重要的。

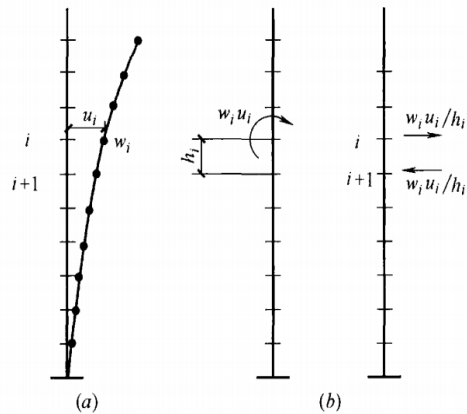


图 1 由于层重量侧移产生的倾覆荷载[1]

(a) 结构变形后地层重量位置；

(b) 附加产生的倾覆力矩或侧向荷载

《高规》^[2]5.4.1 规定高层建筑结构根据结构体系的不同要满足式 1 和式 2，当不满足式 1 需要调整结构布置或改变结构体系；当满足式 1 时，但不满足

式 2 需要按照 5.4.3 条规定考虑重力二阶效应系数：“高层建筑结构的重力二阶效应可采用有限元方法进行计算；也可采用对未考虑重力二阶效应的计算结果乘以增大系数的方法近似考虑。”现在的计算机计算能力和商业软件是可以精确计算结构的重力二阶效应，YJK 软件采用的是精细考虑竖向力工况应力效应影响的有限元方法考虑 P-Δ 效应，有限元方法考虑重力二阶效应本质上是在常规的结构刚度基础上增加一个几何刚度（又称应力刚度）修正项，采用直接求解或者迭代求解。对于建筑设计来说，特别是混凝土结构，直接求解方法与迭代求解精度相当^[3]。当需要考虑 P-Δ 效应的不利影响时，在 YJK-A 软件计算参数勾选考虑 P-Δ 效应参数默认恒载 1.3，活载 1.5，此参数为开放参数可以根据相关规范进行修改。

带抗震墙结构：

带抗震墙结构：

$$EJ_d \geq 1.4H^2 \sum_{i=1}^n G_i \quad \text{式 1}$$

$$EJ_d \geq 2.7H^2 \sum_{i=1}^n G_i \quad \text{式 2}$$

式 2 中的 EJ_d 假定为均质等刚度的悬臂杆件，按倒三角形分布荷载作用下结构顶点位移相等的原则，将结构的侧向刚度折算为竖向悬臂受弯构件的等效侧向刚度^[2]，故规范的计算方法存在使用限制。大跨度、大空间的空间结构、竖向不规则（收进、悬挑）和大底盘等竖向质量分布非均的结构不适合规范的计算方法，将上述建筑假定为竖向均匀的悬臂构件，实际上存在较大的误差，如果这种误差足够大，将严重影响结构整体稳定性验算的结果。对于复杂体形高层建筑结构，可以通过屈曲分析来进行结构整体稳定性的验算^[4]，尤其是刚度和

楼层质量沿竖向分布不均匀的结构，文献[5]和[6]采用此方法进行整体稳定性判断，并提出了质量修正系数法修正《高规》的计算结果使之能够应用于质量或刚度分布不均匀的高层结构。

结构失稳（屈曲）是指在外力作用下结构的平衡状态开始丧失，稍有扰度变形便迅速增大，最后使结构发生破坏。稳定问题通常分为两类，第一类是理想化的情况，即达到某种荷载时，除结构原来的平衡状态存在外，还可能出现第二个平衡状态，又称为平衡分岔失稳，在数学处理上为求解特征值问题，故也称为特征值屈曲。此类结构失稳时的荷载称为屈曲临界荷载。第二类是结构失稳时，变形迅速增大，不会出现新的变形形式，即平衡状态不发生质变，称为极值点失稳。结构失稳时响应的荷载为极限荷载。建筑结构的稳定性可按第一类失稳进行判断，在数学上统一归结为广义特征值问题。软件通过对特征值方程进行求解来确定结构屈曲时的屈曲荷载和破坏形态。

文献[4]的 5.4.3 条规定：“高层建筑结构的整体稳定性可通过有限元特征值法进行计算。由特征值法算得的屈曲因子不宜小于 10，当屈曲因子小于 20 时，结构的内力和位移计算应考虑重力二阶效应的影响。”

根据材料力学欧拉公式推导结构整体稳定性。

顶部等效临界荷载为：

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EJ_d}{4H^2} \quad \text{式 3}$$

式中， EJ_d 为结构等效抗侧刚度； H 为结构总高度。

高层建筑荷载近似分布在楼层位置，则顶部等效临界荷载为^[1]，

$$P_{cr} = \lambda_{cr} G_e \quad \text{式 4}$$

$$\lambda_{cr} = \frac{\pi^2 EJ_d}{4H^2 G_e} \quad \text{式 5}$$

$$G_e = \sum_{i=1}^n G_i \left(\frac{H_i}{H}\right)^2 \quad \text{式 6}$$

当各楼层的重力荷载基本上沿建筑结构高度均匀分布时，顶部作用的等效集中重力荷载可用总的重力荷载表示为：

$$G_e = \sum_{i=1}^n G_i \left(\frac{H_i}{H}\right)^2 = \sum \frac{G_i}{3} \quad \text{式 7}$$

式中， λ_{cr} 为临界荷载系数； G_i 为第 i 层重力荷载设计值； G_e 为顶部等效重力荷载设计值， H_i 为第 i 层至底部嵌固端的距离。

式 1、

式 2 代入 式 5：

带抗震墙结构：

$$\lambda_{cr} \geq \frac{\pi^2 * 1.4 H_1^2 \sum_{i=1}^n G_i}{4 H^2 G_e} = \frac{3 * 1.4 \pi^2}{4} \approx 10 \quad \text{式 8}$$

带抗震墙结构：

$$\lambda_{cr} \geq \frac{\pi^2 * 2.7H^2 \sum_{i=1}^n G_i}{4H^2 G_e} = \frac{3 * 2.7 * \pi^2}{4} \approx 20 \quad \text{式 9}$$

盈建科软件自 V1 版本开始支持特征值屈曲分析，参数设置方便快捷，详图 2。

对于屈曲荷载组合的系数目前没有统一定论，目前存在两种观点。

第一种观点是文献[1]给出的是 1.2 恒载和 1.4 活载组合工况，采用该组合形式因为《高规》公式中的 G_i 是重力荷载设计值，考虑恒、活载的分项系数。按此执行的话不同时期的规范采用的分项系数会出现不同的现象，通用规范执行之前采用 1.2 恒载和 1.4 活载的组合，执行之后要采用 1.3 恒载和 1.5 活载的组合。采用不同的分项系数组合存在采用 1.2 和 1.4 满足，采用 1.3 和 1.5 后不满足的情况，不过该观点体现和规范与时俱进的精神。笔者认为此种方法计算结果偏于保守。

第二种观点是文献[7]采用的是 1.0 恒载与 1.0 活载和 1.0 恒载与 1.0 活载与水平作用地震和风荷载进行组合设置不同的工况进行弹性屈曲分析与限值 10 和 20 对比判断结构的整体稳定性及是否考虑 P-Δ 效应。根据稳定性是结构固有的特性，仅与结构自身的刚度和自重有关，采用自重或重力荷载代表值作用及考虑侧向荷载同时作用的工况。

文献[4]广东高规 5.4.1 条款中计算刚重比的 G_i 和 G_j 是重力荷载代表值，取永久荷载标准值与楼面可变荷载标准值的组合值。依据观点一和规范的名词含义说明建议采用恒、活载的组合系数分别为 1.0 和 0.5 或安全的考虑全部采用 1.0 的系数。

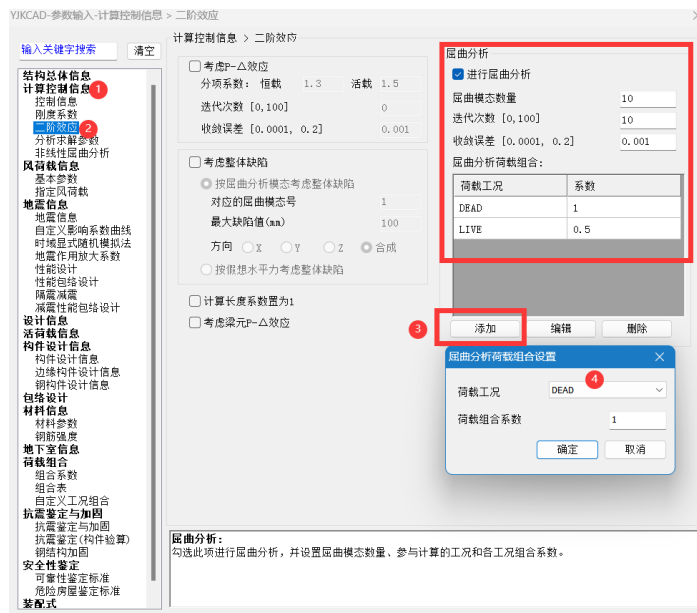


图 2 特征值屈曲分析参数设置

本文采用一个框架剪力墙结构，地下室 4 层，地上 19 层结构总高 99.72 米，采用两种观点的不同荷载组合工况进行分析。计算结果详图 3~图 10 和

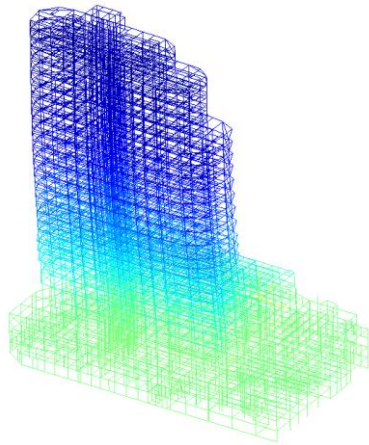


图 7YJK 工况 1.20D+1.4L
第一阶屈曲模态（屈曲因子 16.313）

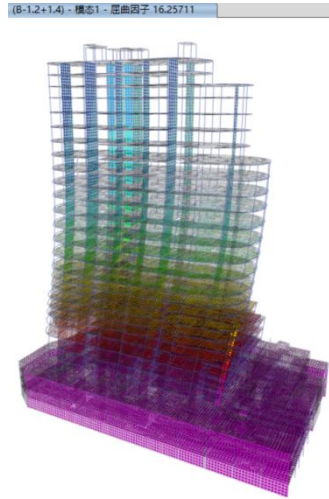


图 8ETABS 工况 1.20D+1.4L
第一阶屈曲模态（屈曲因子 16.257）

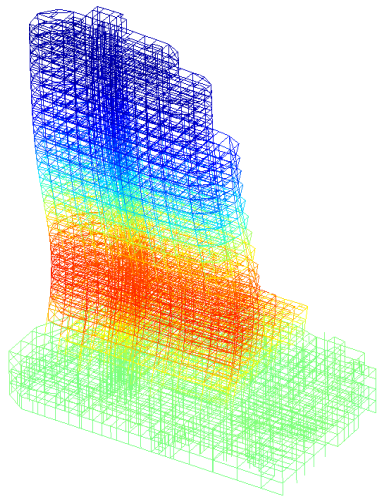


图 9YJK 工况 1.20D+1.4L
第二阶屈曲模态（屈曲因子 28.43）

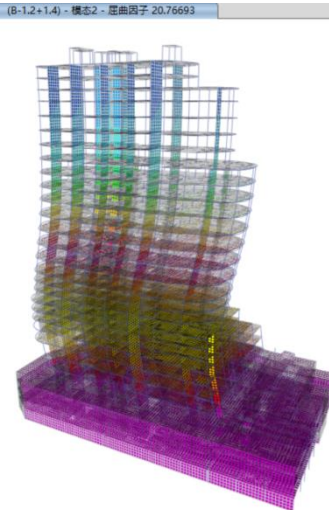


图 10 ETABS 工况 1.20D+1.4L
第二阶屈曲模态（屈曲因子 20.766）

| | | | | | | | | |
|---|-----------|--------|--------|--------|-----------|--------|--------|--------|
| 1 | 1.3D+1.5L | 15.092 | 15.039 | -0.35% | 1.2D+1.4L | 16.313 | 16.257 | -0.34% |
| 2 | | 19.427 | 19.212 | -1.12% | | 20.999 | 20.767 | -1.12% |
| 3 | | 24.403 | 24.391 | -0.05% | | 26.376 | 26.366 | -0.04% |
| 4 | | 24.752 | 25.012 | 1.04% | | 26.755 | 27.036 | 1.04% |
| 5 | | 26.203 | 26.86 | 2.45% | | 28.322 | 29.041 | 2.48% |
| 6 | | 27.903 | 27.149 | -2.78% | | 30.163 | 29.351 | -2.77% |

注：误差=（1-YJK/ETABS）%

表 2。

表 1 YJK 与 ETABS 不同工况屈曲分析对比

| 屈曲 模态号 | 工况 | 屈曲因子 | | 误差 | 工况 | 屈曲因子 | | 误差 |
|-----------|-----------|--------|--------|--------|-----------|--------|--------|--------|
| | | YJK | ETABS | | | YJK | ETABS | |
| 1 | 1.0D+1.0L | 20.158 | 20.078 | -0.40% | 1.0D+0.5L | 22.133 | 22.006 | -0.58% |
| 2 | | 25.951 | 25.65 | -1.17% | | 28.503 | 28.12 | -1.36% |
| 3 | | 32.626 | 32.573 | -0.16% | | 35.947 | 35.734 | -0.60% |

| | | | | | | | | |
|---|-----------|--------|--------|--------|-----------|--------|--------|--------|
| 4 | | 33.074 | 33.407 | 1.00% | | 36.366 | 36.676 | 0.85% |
| 5 | | 35.008 | 35.763 | 2.11% | | 38.473 | 38.813 | 0.88% |
| 6 | | 37.242 | 36.19 | -2.91% | | 40.777 | 39.416 | -3.45% |
| 1 | 1.3D+1.5L | 15.092 | 15.039 | -0.35% | 1.2D+1.4L | 16.313 | 16.257 | -0.34% |
| 2 | | 19.427 | 19.212 | -1.12% | | 20.999 | 20.767 | -1.12% |
| 3 | | 24.403 | 24.391 | -0.05% | | 26.376 | 26.366 | -0.04% |
| 4 | | 24.752 | 25.012 | 1.04% | | 26.755 | 27.036 | 1.04% |
| 5 | | 26.203 | 26.86 | 2.45% | | 28.322 | 29.041 | 2.48% |
| 6 | | 27.903 | 27.149 | -2.78% | | 30.163 | 29.351 | -2.77% |

注：误差=(1-YJK/ETABS) %

表 2 ETABS 考虑侧向荷载屈曲分析

| 屈曲模态号 | 工况 | 屈曲因子 | 工况 | 屈曲因子 |
|-------|--------------|--------|--------------|--------|
| 1 | 1D+1.0L+WX | 20.078 | 1.0D+1.0L+WY | 20.177 |
| 2 | | 25.65 | | 25.811 |
| 3 | | 32.347 | | 32.407 |
| 4 | | 33.349 | | 33.665 |
| 5 | | 36.401 | | 35.44 |
| 6 | | 36.631 | | 36.239 |
| 1 | 1.0D+1.0L+EX | 20.075 | 1.0D+1.0L+EY | 20.213 |
| 2 | | 25.649 | | 25.864 |
| 3 | | 31.606 | | 32.356 |
| 4 | | 33.278 | | 33.732 |
| 5 | | 36.215 | | 35.21 |
| 6 | | 37.366 | | 36.029 |

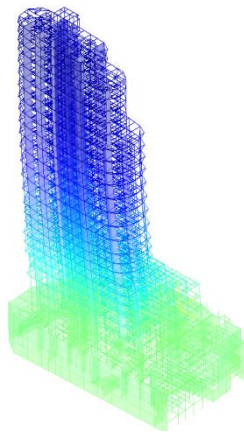


图 3 YJK 工况 1.0D+1.0L
第一阶屈曲模态 (屈曲因子 20.158)

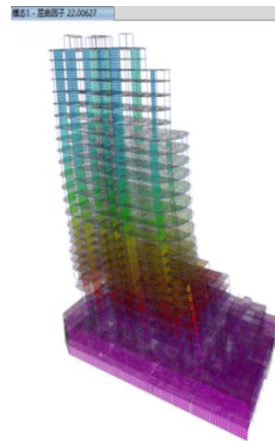


图 4 ETABS 工况 1.0D+1.0L
第一阶屈曲模态 (屈曲因子 20.078)

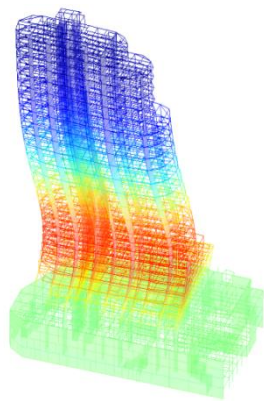


图 5 YJK 工况 1.0D+1.0L
第二阶屈曲模态 (屈曲因子 25.951)

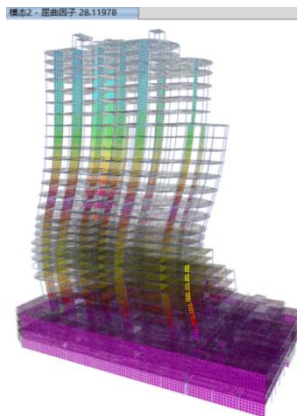


图 6 ETABS 工况 1.0D+1.0L
第二阶屈曲模态 (屈曲因子 25.65)

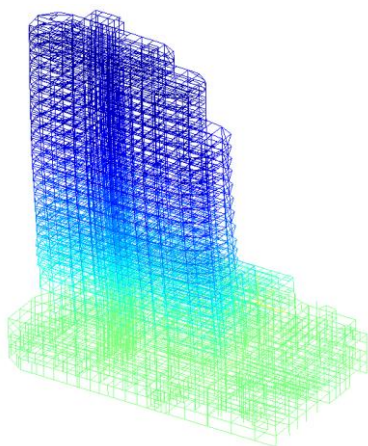


图 7 YJK 工况 1.20D+1.4L
第一阶屈曲模态 (屈曲因子 16.313)

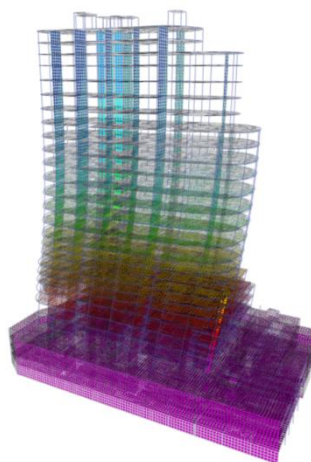


图 8 ETABS 工况 1.20D+1.4L
第一阶屈曲模态 (屈曲因子 16.257)

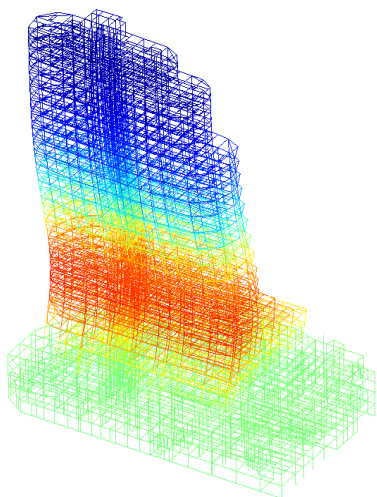


图 9 YJK 工况 1.20D+1.4L
第二阶屈曲模态 (屈曲因子 28.43)

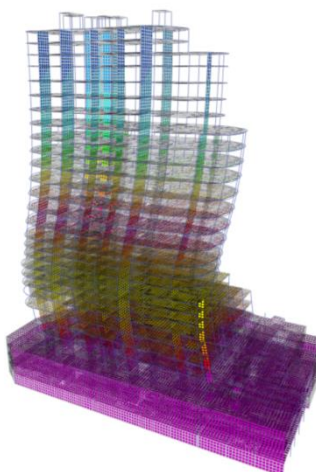


图 10 ETABS 工况 1.20D+1.4L
第二阶屈曲模态 (屈曲因子 20.766)

由表 1、2 及图 3~图 10 可知:

1、YJK 计算结果与 ETABS 屈曲分析结果数值和变形一致, 说明 YJK 计算结果科学合理。

2、在工况 1.0D+0.5L、1.0D+1.0L 和 1.0D+1.0L 与水平荷载地震和风荷载组合作用下屈曲因子大于 10 且大于 20 说明结构具有良好的稳定性，且不需要考虑 P- Δ 效应；在 1.2D+1.4L 作用下屈曲因子大于 10 但小于 20 说明结构具有良好的稳定性，需要考虑 P- Δ 效应；在工况 1.3D+1.5L 作用下屈曲因子大于 10 但小于 20 说明结构具有良好的稳定性，需要考虑 P- Δ 效应。两种不同观点设置工况组合得到的结果存在差异，故需要对施加的荷载工况做出明确的说明。

3、高层结构所承受的水平风荷载或水平地震作用越大，则结构的侧向位移也越大，故需增大结构侧向刚度以满足水平位移的限值要求；结构刚重比与结构重力荷载和侧向刚度有关，与所承受的水平荷载（作用）大、小无关。

总结：

《高规》给出的刚重比计算方法的假定存在不适用的情况，工程应用中常用做法是增加一个去掉地下室和顶部突出屋面部分结构的模型单独按照规范算法计算刚重比，但对一些特殊的大跨、连体、上部收进等质量、刚度非均匀分布的情况仍存在不适用的情况。本文建议采用特征值屈曲分析可以快速获得屈曲因子进行结构整体稳定性判断，且可以和整体结构计算和设计同时进行，提高效率。

屈曲分析的荷载组合工况采用恒、活载组合重力荷载设计值（考虑荷载分项系数）的计算结果偏于保守。

稳定性是结构固有的特性仅与结构自身的刚度和自重有关，采用恒、活载的标准组合及恒、活载与水平作用（地震和风荷载）标准组合进行计算结果可以作为满足结构稳定性判断的需求。

本文观点仅作者个人理解，如遇实际工程项目工程师须根据项目复杂程度选择合适的工况进行分析。

- [1] 《高层建筑结构计算分析实用指南》[M] 焦柯
- [2] JGJ3-2010《高层建筑混凝土结构技术规程》[S]（2016 版）
- [3] 《结构计算软件 YJK-A 用户手册及技术条件》2022 版
- [4] DBJ15-92-2021《高层建筑混凝土结构技术规程》[S]
- [5] 《质量分布不均匀的高层建筑整体稳定性分析》[J] 李少成
- [6] 《浙江高层建筑结构设计典型案例》[M] 杨学林
- [7] 《上海中心大厦结构整体稳定性分析及巨型柱计算长度研究》[J] 丁洁民